Nom(s) / Prénom(s) :

....

Mathématiques

~

Devoir 5

Note

...../10

Exercice 1 (......../1.5 points)

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \dfrac{1}{x} + 5x - 3$, définie et continue sur $]0;+\infty[$.
2. $g(x) = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{3}{x}$, définie et continue sur $]0;+\infty[$.
3. $h(x) = 5e^x - x^2 + 4$, définie et continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 (......../1 point)

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^4 + 4x^2 - 5x + 2$$

1. Déterminer les primitives de f.
2. Déterminer l'unique primitive f qui s'annule pour $x = 1$.

Exercice 3 (......../2 points)

Déterminer les intégrales suivantes :

1. $\displaystyle\int_0^1 (x^2 + 10x - 2e^x)\,dx$
2. $\displaystyle\int_0^1 e^{-2x+3}\,dx$
3. $\displaystyle\int_0^3 2xe^{x^2}\,dx$
4. $\displaystyle\int_1^3 \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}\,dx$

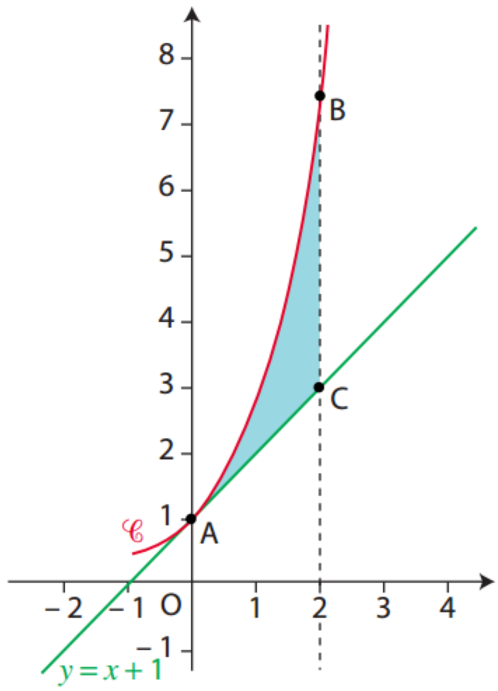
Exercice 4 (......../1 point)

Soit $f(x) = ln(x) - 3$ et $F(x) = x(ln(x) - 4)$ deux fonctions définies et continues sur $]0;+\infty[$.

Montrer que F est une primitive de f.

Exercice 5 (......../2 points)

Déterminer la valeur exacte, puis arrondie à 10^{-2} de l'aire du domaine coloré en bleu situé entre la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction exponentielle ($f(x) = e^x$) et la tangente à $\mathscr{C}$ en le point A d'abscisse 0 ($y = x + 1$), en unités d'aire.



Exercice 6 (......../1.5 points)

Certains scientifiques estiment que les futures découvertes de pétrole dans le monde peuvent être modélisées, à partir de l'année 2011, grâce à la fonction f définie sur l'intervalle $[11;+\infty[$ par $f(x) = 1782e^{0,024x}$ en billions de barils (millions de millions de barils). On interprète $f(11)$ comme étant le nombre de billions de barils de pétrole découvert en 2011.

Déterminer le nombre **moyen** de barils, en billions, que l'on peut espérer découvrir par an d'après ce modèle, entre les années 2011 et 2021.

Exercice 7 (......../1 point)

Dans une entreprise, le coût marginal de fabrication d'un produit est modélisé par la fonction C_m définie sur l'intervalle $[1\ ;\ 20]$ par :

$$Cm(q) = 0,2q^2 + 4 + 0,2e^{0,2q}$$

q étant la quantité exprimée en tonnes et $C_m(q)$ son coût exprimé en milliers. d'euros.

Les coûts fixes sont égaux à 3 400 €.

Déterminer C_T la fonction qui modélise le coût total de fabrication exprimée en milliers d'euros en fonction de q quantité exprimée en tonnes.

∼