

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, les réponses seront données sans justification, avec la précision permise par le graphique situé en annexe.

Celui-ci présente dans un repère d'origine O la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 7]$.

1. Encadrer par deux entiers consécutifs chacune des solutions de l'équation

$$f(x) = 10 \text{ sur l'intervalle } [0 ; 7].$$

2. Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 7]$ et préciser la valeur en laquelle il est atteint.

3. La valeur de l'intégrale $\int_1^3 f(x) dx$ appartient à un seul des intervalles suivants. Lequel ?

a. $[9 ; 17]$

b. $[18 ; 26]$

c. $[27 ; 35]$

Partie B

La courbe donnée en annexe est la représentation graphique de la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 7]$ d'expression:

$$f(x) = 2xe^{-x+3}.$$

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 7]$, $f'(x) = (-2x + 2)e^{-x+3}$.

2. a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 7]$ puis en déduire le tableau de variation de la fonction f sur ce même intervalle.

- b) Calculer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 7]$.

3. a) Justifier que l'équation $f(x) = 10$ admet deux solutions sur l'intervalle $[0 ; 7]$ que l'on notera α et β avec $\alpha < \beta$.

- b) On admet que $\alpha \approx 0,36$ à 10^{-2} près.

Donner une valeur approchée de β à 10^{-2} près.

4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0 ; 7]$ par:

$$F(x) = (-2x - 2)e^{-x+3}.$$

- a) Justifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[0 ; 7]$.

- b) Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine plan délimité par les droites d'équation $x = 1$, $x = 3$, l'axe des abscisses et la courbe \mathcal{C} .

5. La fonction f étudiée modélise le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x centaines d'objets (x compris entre 0 et 7).

-
- a) Calculer la valeur moyenne du bénéfice, à l'euro près, lorsque l'entreprise vend entre 100 et 300 objets.
- b) L'entreprise souhaite que son bénéfice soit supérieur à 10 000 euros.
Déterminer le nombre d'objets possibles que l'entreprise devra vendre pour atteindre son objectif.

ANNEXE

