

**Exercice 1**

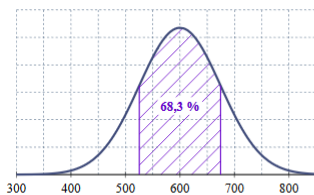
**Partie a**

Le nombre de cycles de charge d'une batterie est appelé durée de vie de la batterie.

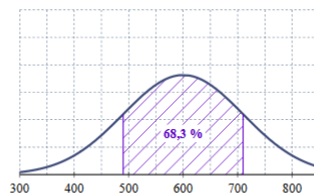
La durée de vie des batteries Lithium-ion mises en vente par cette entreprise est modélisée par la variable aléatoire  $X$  suivant la loi normale de moyenne  $\mu = 600$  et d'écart-type  $\sigma = 74,6$ .

- La fonction densité associée à  $X$  est représentée sur un seul de trois graphiques ci-dessous.

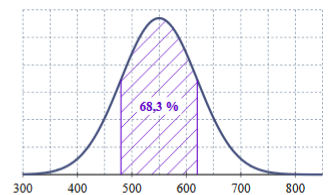
Quel est ce graphique ? Expliquer le choix.



Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3

- Déterminer  $P(550 \leq X \leq 1000)$  en donnant le résultat arrondi au centième.
  - Quelle est la probabilité que la durée de vie d'une batterie soit inférieure à 500 cycles de charge ?

**Partie b**

Le service commercial affirme que 91% des batteries proposées à la vente ont une durée de vie supérieure à 500 cycles de charge.

Pour vérifier cette affirmation, un laboratoire indépendant a reconstitué la vie de 100 batteries en simulant des cycles de charge et de décharge pour déterminer leur durée de vie en fonction de différents facteurs.

Sur ce lot, on a constaté que 13 batteries ont eu une durée de vie inférieure à 500 cycles de charge.

Le résultat de ce test remet-il en question l'affirmation du service commercial ?

**Exercice 2**

*Sauf mention contraire, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondis à  $10^{-4}$  près.*

Une usine fabrique en grande quantité des lames de parquet en chêne. Les bois proviennent de deux fournisseurs A et B.

**Partie a**

Dans le stock de cette usine, 75 % des bois proviennent du fournisseur A.

---

On constate que 9 % des lames obtenues à partir des bois du fournisseur A et 13 % des lames obtenues à partir des bois du fournisseur B présentent un léger défaut qui ne justifie pas le déclassement des lames.

On prélève au hasard une lame. On considère les évènements suivants :

- $A$  : la lame prélevée est obtenue à partir de bois du fournisseur A ;
- $B$  : la lame prélevée est obtenue à partir de bois du fournisseur B ;
- $D$  : la lame prélevée a un léger défaut .

1. Calculer la probabilité  $P(B \cap D)$ .
2. Calculer la probabilité que la lame a un léger défaut.
3. Calculer la probabilité qu'une lame ayant un léger défaut provienne de bois du fournisseur A.

### Partie b

On prélève au hasard 40 lames dans le stock, pour vérification. On admet que la probabilité qu'une lame prélevée au hasard dans ce stock ait un défaut est égale à 0,1.

Le stock est suffisamment important pour assimiler le lot de 40 lames à un tirage avec remise de 40 lames.

On considère la variable aléatoire  $X$  qui, à tout prélèvement de 40 lames dans ce stock, associe le nombre de lames ayant un défaut.

1. Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale.
2. Calculer l'espérance mathématique  $E(X)$ . Interpréter le résultat.
3. Déterminer la probabilité de trouver quatre lames qui ont un défaut.
4. Déterminer la probabilité qu'au moins deux lames ont un défaut.

### Partie c

*Utiliser le cours sur l'échantillonnage et l'estimation pour répondre à cette partie*

Pour satisfaire la commande d'un client, on prélève au hasard dans le stock 400 lames.

On admet que la loi de la variable aléatoire  $Z$  qui, à tout prélèvement de 400 lames dans ce stock, associe le nombre de lames ayant un défaut peut être approchée par la loi normale de moyenne 40 et d'écart type 6.

1. Déterminer, la probabilité que dans un prélèvement de 400 lames, il y ait plus de 50 lames ayant un défaut.
2. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la proportion de lames ayant un défaut. En déduire le nombre de lames ayant un défaut que le client peut trouver avec une probabilité proche de 0,95.

### Partie d

*Utiliser le cours sur l'échantillonnage et l'estimation pour répondre à cette partie*

---

Le fabricant souhaite évaluer la proportion inconnue  $p$  de clients satisfaits par son produit. Pour cela, il effectue un sondage auprès d'un échantillon de 200 clients. Sa clientèle est suffisamment importante pour considérer que cet échantillon résulte d'un tirage aléatoire avec remise.

Lors de ce sondage, 156 clients se sont déclarés satisfaits par son produit.

1. Donner une estimation ponctuelle  $f$  de la proportion  $p$  de clients satisfaits.
2. Déterminer un intervalle de confiance centré sur  $f$  de la proportion  $p$  avec le coefficient de confiance 95 %. Arrondir les bornes de l'intervalle à  $10^{-2}$ .
3. Ce fabricant peut-il être certain que plus de 70% de sa clientèle est satisfaite par son produit ?