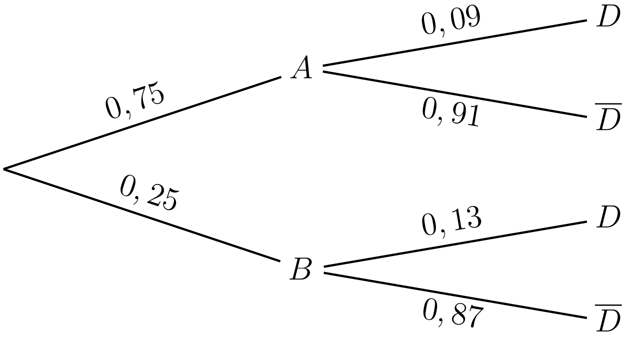
Correction de l'exercice 2 de la fiche

Exercice 2 de la fiche

Partie a

1. On modélise la situation à l'aide d'un arbre pondéré.



   $P(B \cap D) = P(B) \times P_B(D) = 0,25 \times 0,13 = 0,0325$

2. $A \cap D$ et $B \cap D$ sont deux événements disjoints. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(D) &= P(A \cap D) + P(B \cap D) \\ &= P(A) \times P_A(D) + 0,0325 \\ &= 0,75 \times 0,09 + 0,0325 \\ &= 0,0675 + 0,325 \\ &= 0,1 \end{aligned}$$

3. $P_D(A) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,0675}{0,1} = 0,675$

Partie b

1. On a une épreuve de Bernouilli répétée 40 fois de manière identique et indépendante. X suit une loi binomiale de paramètres $n = 40$ et $p = 0,1$.

2. $E(X) = np = 40 \times 0,1 = 4$ Sur un grand nombre de lots de 40 lames, on trouve en moyenne 4 lames par lot qui ont un défaut.

3. $P(X = 4) \approx 0,2059$

4. $P(X \geqslant 2) = 1 - P(X \leqslant 1) \approx 1 - 0,0805 \approx 0,9195$

Partie c

1. $P(Z > 50) \approx 0,0478$

2. • $p = 0,1$.
   • $n = 400$, donc $n \geqslant 30$.
   • $np = 400 \times 0,1 = 40$, donc $np \geqslant 5$.

- $n(1-p) = 400 \times (1-0,1) = 400 \times 0,9 = 360$, donc $n(1-p) \geqslant 5$.

Les conditions sont vérifiées. On peut construire l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95%.

$$\begin{aligned} I &= \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}; p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[0,1 - 1,96\frac{\sqrt{0,1(1-0,1)}}{\sqrt{400}}; 0,1 + 1,96\frac{\sqrt{0,1(1-0,1)}}{\sqrt{400}}\right] \\ &\approx [0,0706; 0,1294] \end{aligned}$$

$0,0706 \times 400 = 28,24$; $0,1294 \times 400 = 51,76$. Le client pourra trouver entre 28 et 52 lames ayant un défaut avec une probabilité proche de 0,95.

Partie d

1. $f = \dfrac{156}{200} = 0,78$.
2. - $n = 200$, donc $n \geqslant 30$.
   - $nf = 200 \times 0,78 = 156$, donc $nf \geqslant 5$.
   - $n(1-f) = 200 \times (1-0,78) = 200 \times 0,22 = 46$, donc $n(1-f) \geqslant 5$.

   Les conditions sont vérifiées. On peut construire l'intervalle de confiance au seuil de 95%.

$$\begin{aligned} I &= \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[0,78 - \frac{1}{\sqrt{200}}; 0,78 + \frac{1}{\sqrt{200}}\right] \\ &\approx [0,71; 0,85] \end{aligned}$$

3. La borne inférieure de l'intervalle de confiance est supérieure à 0,7. On peut estimer proportion inconnue p de clients satisfaits est supérieure à 0,7 avec un risque d'erreur de 5%. Le fabricant ne peut pas être certain à 100% que plus de 70% de sa clientèle soit satisfaite.