Correction des exercices 32, 33 p211

Exercice 32 p211

1. - $n = 100$, donc $n \geqslant 30$.
   - $np = 100 \times 0,13 = 13$, donc $np \geqslant 5$.
   - $n(1-p) = 100 \times (1-0,13) = 100 \times 0,87 = 87$, donc $n(1-p) \geqslant 5$.

   Les conditions sont vérifiées. On peut construire l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95%.

$$\begin{aligned} I &= \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}; p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[0,13 - 1,96\frac{\sqrt{0,13(1-0,13)}}{\sqrt{100}}; 0,13 + 1,96\frac{\sqrt{0,13(1-0,13)}}{\sqrt{100}}\right] \\ &\approx [0,064; 0,196] \end{aligned}$$

2. $f = \dfrac{19}{100} = 0,19$. $f \in I$. On peut estimer que l'échantillon est représentatif de la population.
3. Pour déterminer la taille l'échantillon, il faut que la borne supérieure soit strictement inférieure à 0,19.

$$\begin{aligned} p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} &< 0,19 \\ 0,13 + 1,96\frac{\sqrt{0,13(1-0,13)}}{\sqrt{n}} &< 0,19 \\ 0,13 + 1,96\frac{\sqrt{0,13 \times 0,87}}{\sqrt{n}} &< 0,19 \\ 1,96\frac{\sqrt{0,13 \times 0,87}}{\sqrt{n}} &< -0,13 + 0,19 \\ 1,96\frac{\sqrt{0,13 \times 0,87}}{\sqrt{n}} &< 0,06 \\ \frac{1}{\sqrt{n}} &< \frac{0,06}{1,96\sqrt{0,13 \times 0,87}} \\ \sqrt{n} &> \frac{1,96\sqrt{0,13 \times 0,87}}{0,06} \\ (\sqrt{n})^2 &> \left(\frac{1,96\sqrt{0,13 \times 0,87}}{0,06}\right)^2 \\ n &> 120,6903 \end{aligned}$$

Il faut interrogés 121 individus pour que la fréquence de 19% n'appartiennent pas à l'intervalle de fluctuation.

Exercice 33 p211

- $p = 0,7$
- $n = 200$
- $f = \dfrac{130}{200} = 0,65$

- $n = 200$, donc $n \geqslant 30$.
- $np = 200 \times 0,7 = 140$, donc $np \geqslant 5$.
- $n(1-p) = 200 \times (1-0,7) = 200 \times 0,3 = 60$, donc $n(1-p) \geqslant 5$.

Les conditions sont vérifiées. On peut construire l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95%.

$$\begin{aligned}
I &= \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] \\
&= \left[0,7 - 1,96\frac{\sqrt{0,7(1-0,7)}}{\sqrt{200}} ; 0,7 + 1,96\frac{\sqrt{0,7(1-0,7)}}{\sqrt{200}}\right] \\
&\approx [0,636 ; 0,763]
\end{aligned}$$

$f \in I$. On peut estimer que cet aérosol est satisfaisant.