2 AUTOMATISMES

Dans chacun des cas, vérifier que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle.

1. $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_1) :
$$y' = 6x - 2.$$
2. $g : x \mapsto \ln(x) + 2$ définie sur $]0 ; +\infty[$ et (E_2) :
$$y' = \frac{1}{x}.$$
3. $h : x \mapsto e^x + x$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_3) :
$$y' = e^x + 1.$$

3 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3x^2 - 4$
2. $y' = e^x + 2$
3. $y' = -2e^{-2x} + 2$

4 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = x^2 - 3x + 7$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = e^x + x$ et $y(1) = 3$.
3. $y' = e^{5x+1}$ et $y(2) = 4$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant 2$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = -\frac{1}{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = e^{ax+b},\ a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}$	$F(x) = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Ex 2

1) $f'(x) = 6x - 2 = y'$

Donc f est solution de (E_1)

2) $g'(x) = \frac{1}{x} = y'$

g est solution de (E_2)

3) $h'(x) = e^x + 1 = y'$ h est solution de (E_3).

2 AUTOMATISMES

Dans chacun des cas, vérifier que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle.

1. $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_1) :
$$y' = 6x - 2.$$
2. $g : x \mapsto \ln(x) + 2$ définie sur $]0;+\infty[$ et (E_2) :
$$y' = \frac{1}{x}.$$
3. $h : x \mapsto e^x + x$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_3) :
$$y' = e^x + 1.$$

3 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3x^2 - 4$
2. $y' = e^x + 2$
3. $y' = -2e^{-2x} + 2$

4 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = x^2 - 3x + 7$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = e^x + x$ et $y(1) = 3$.
3. $y' = e^{5x+1}$ et $y(2) = 4$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{Z}\setminus\{-1\}$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant 2$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = -\frac{1}{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = e^{ax+b},\ a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}$	$F(x) = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Ex 3

1) $F(x) = 3 \times \frac{x^3}{3} - 4x + C = x^3 - 4x + C$
avec $C \in \mathbb{R}$. F est solution de l'éq° différentielle $y' = 3x^2 - 4$.

2) $F(x) = e^x + 2x + C$, avec $C \in \mathbb{R}$
F est solution de l'équation différentielle $y' = e^x + 2$.

2 AUTOMATISMES

Dans chacun des cas, vérifier que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle.

1. $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_1) :
$$y' = 6x - 2.$$
2. $g : x \mapsto \ln(x) + 2$ définie sur $]0 ; +\infty[$ et (E_2) :
$$y' = \frac{1}{x}.$$
3. $h : x \mapsto e^x + x$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_3) :
$$y' = e^x + 1.$$

3 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3x^2 - 4$
2. $y' = e^x + 2$
3. $y' = -2e^{-2x} + 2$

4 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = x^2 - 3x + 7$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = e^x + x$ et $y(1) = 3$.
3. $y' = e^{5x+1}$ et $y(2) = 4$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{Z}\backslash\{-1\}$	$F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant 2$
$f(x) = \dfrac{1}{x^2}$	$F(x) = -\dfrac{1}{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) = ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = e^{ax+b},\ a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}$	$F(x) = \dfrac{1}{a}e^{ax+b} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

3) $F(x) = e^{-2x} + 2x + C$

avec $C \in \mathbb{R}$.

F est solution de l'éq° diff

$y' = -2e^{-2x} + 2$.

2 AUTOMATISMES

Dans chacun des cas, vérifier que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle.

1. $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_1) :
$$y' = 6x - 2.$$
2. $g : x \mapsto \ln(x) + 2$ définie sur $]0 ; +\infty[$ et (E_2) :
$$y' = \frac{1}{x}.$$
3. $h : x \mapsto e^x + x$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_3) :
$$y' = e^x + 1.$$

3 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3x^2 - 4$
2. $y' = e^x + 2$
3. $y' = -2e^{-2x} + 2$

4 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = x^2 - 3x + 7$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = e^x + x$ et $y(1) = 3$.
3. $y' = e^{5x+1}$ et $y(2) = 4$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{Z}\setminus\{-1\}$	$F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant 2$
$f(x) = \dfrac{1}{x^2}$	$F(x) = -\dfrac{1}{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) = ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = e^{ax+b},\ a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}$	$F(x) = \dfrac{1}{a}e^{ax+b} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Ex 4

1) $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3}{2}x^2 + 7x + C$, avec $C \in \mathbb{R}$. F représente les solution de l'équation diff $y' = x^2 - 3x + 7$.

Soit H une unique solution telle que $H(0) = 1$

2 AUTOMATISMES

Dans chacun des cas, vérifier que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle.

1. $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_1) : $y' = 6x - 2$.
2. $g : x \mapsto \ln(x) + 2$ définie sur $]0 ; +\infty[$ et (E_2) : $y' = \frac{1}{x}$.
3. $h : x \mapsto e^x + x$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_3) : $y' = e^x + 1$.

3 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3x^2 - 4$
2. $y' = e^x + 2$
3. $y' = -2e^{-2x} + 2$

4 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = x^2 - 3x + 7$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = e^x + x$ et $y(1) = 3$.
3. $y' = e^{5x+1}$ et $y(2) = 4$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{Z}\backslash\{-1\}$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant 2$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = -\frac{1}{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = e^{ax+b}$, $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}$	$F(x) = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Ex 4 $H(0) = 1$ si et seulement

si : $\frac{0^3}{3} - \frac{3}{2} \times 0^2 + 7 \times 0 + C = 1$

$C = 1$

Donc $H(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 7x + 1$

est l'unique solution de l'éq° diff $y' = x^2 - 3x + 7$ avec $y(0) = 1$.

2 AUTOMATISMES

Dans chacun des cas, vérifier que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle.

1. $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_1) :
$$y' = 6x - 2.$$
2. $g : x \mapsto \ln(x) + 2$ définie sur $]0 ; +\infty[$ et (E_2) :
$$y' = \frac{1}{x}.$$
3. $h : x \mapsto e^x + x$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_3) :
$$y' = e^x + 1.$$

3 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3x^2 - 4$
2. $y' = e^x + 2$
3. $y' = -2e^{-2x} + 2$

4 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = x^2 - 3x + 7$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = e^x + x$ et $y(1) = 3$.
3. $y' = e^{5x+1}$ et $y(2) = 4$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x) = k, k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n, n \in \mathbb{Z}\setminus\{-1\}$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant 2$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = -\frac{1}{x} + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C, C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = ln(x) + C, C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = e^{ax+b}$, $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}$	$F(x) = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

2) $F(x) = e^x + \frac{x^2}{2} + C$, avec $C \in \mathbb{R}$

$F(1) = 3$

$e^1 + \frac{1^2}{2} + C = 3$

$e + \frac{1}{2} + C = 3$

$C = 3 - \frac{1}{2} - e$

$C = \frac{5}{2} - e$

Donc

$F(x) = e^x + \frac{x^2}{2} + \frac{5}{2} - e$

2 AUTOMATISMES

Dans chacun des cas, vérifier que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle.

1. $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_1) :
$$y' = 6x - 2.$$
2. $g : x \mapsto \ln(x) + 2$ définie sur $]0\,;+\infty[$ et (E_2) :
$$y' = \frac{1}{x}.$$
3. $h : x \mapsto e^x + x$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_3) :
$$y' = e^x + 1.$$

3 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3x^2 - 4$
2. $y' = e^x + 2$
3. $y' = -2e^{-2x} + 2$

4 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = x^2 - 3x + 7$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = e^x + x$ et $y(1) = 3$.
3. $y' = e^{5x+1}$ et $y(2) = 4$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{Z}\setminus\{-1\}$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant 2$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = -\frac{1}{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = e^{ax+b},\ a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}$	$F(x) = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

F est l'unique de l'éq° diff $y' = e^x + x$ avec $y(1) = 3$.

3) $F(x) = \frac{1}{5}e^{5x+1} + C$, avec $C \in \mathbb{R}$.

$F(2) = 4$

$\frac{1}{5}e^{5\times 2+1} + C = 4$

$$\left\{\begin{array}{l} C = 4 - \frac{1}{5}e^{11} \\ \text{Donc} \\ F(x) = \frac{1}{5}e^{5x+1} + 4 - \frac{1}{5}e^{11} \end{array}\right.$$

2 AUTOMATISMES

Dans chacun des cas, vérifier que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle.

1. $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_1) :
$$y' = 6x - 2.$$
2. $g : x \mapsto \ln(x) + 2$ définie sur $]0\,;+\infty[$ et (E_2) :
$$y' = \frac{1}{x}.$$
3. $h : x \mapsto e^x + x$ définie sur $\mathbb{R}$ et (E_3) :
$$y' = e^x + 1.$$

3 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3x^2 - 4$
2. $y' = e^x + 2$
3. $y' = -2e^{-2x} + 2$

4 Dans chaque cas, résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = x^2 - 3x + 7$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = e^x + x$ et $y(1) = 3$.
3. $y' = e^{5x+1}$ et $y(2) = 4$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{Z}\setminus\{-1\}$	$F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant 2$
$f(x) = \dfrac{1}{x^2}$	$F(x) = -\dfrac{1}{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) = ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = e^{ax+b},\ a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}$	$F(x) = \dfrac{1}{a}e^{ax+b} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

F est l'unique solution de l'éq° diff $y' = e^{5x+1}$ avec $y(2)=4$.

6 AUTOMATISMES

Trouver dans chaque cas l'ensemble des primitives de la fonction proposée sur l'intervalle donné.

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=5$.
2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=3x+1$.
3. h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=2e^x$.
4. k définie sur $]0;+\infty[$ par $k(x)=\dfrac{1}{x}$.

7

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x)=4x^3-2x^2+12x-5.$$
Déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

2. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :
$$f(x)=\frac{2}{x^3}-\frac{5}{x^2}.$$
Déterminer une primitive F de f sur $]0;+\infty[$.

3. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :
$$f(x)=x^4+x^2-\frac{1}{x^5}+\frac{1}{x^2}.$$
Déterminer une primitive F de f sur $]0;+\infty[$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x)=k,\ k\in\mathbb{R}$	$F(x)=kx+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n,\ n\in\mathbb{Z}\setminus\{-1\}$	$F(x)=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n\in\mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n\leqslant 2$
$f(x)=\dfrac{1}{x^2}$	$F(x)=-\dfrac{1}{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$F(x)=ln(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^{ax+b},\ a\in\mathbb{R}^+$ et $b\in\mathbb{R}$	$F(x)=\dfrac{1}{a}e^{ax+b}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

1) $F(x)=5x+C\ ,\ C\in\mathbb{R}$

2) $G(x)=\frac{3}{2}x^2+x+C,\ C\in\mathbb{R}$

3) $H(x)=2e^x+C,\ C\in\mathbb{R}$

4) $K(x)=\ln(x)+c,\ C\in\mathbb{R}$

6 AUTOMATISMES

Trouver dans chaque cas l'ensemble des primitives de la fonction proposée sur l'intervalle donné.

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=5$.
2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=3x+1$.
3. h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=2e^x$.
4. k définie sur $]0;+\infty[$ par $k(x)=\frac{1}{x}$.

7

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x)=4x^3-2x^2+12x-5.$$
Déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.
2. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :
$$f(x)=\frac{2}{x^3}-\frac{5}{x^2}.$$
Déterminer une primitive F de f sur $]0;+\infty[$.
3. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :
$$f(x)=x^4+x^2-\frac{1}{x^5}+\frac{1}{x^2}.$$
Déterminer une primitive F de f sur $]0;+\infty[$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x)=k, k\in\mathbb{R}$	$F(x)=kx+C, C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n, n\in\mathbb{Z}\backslash\{-1\}$	$F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C, C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n\in\mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n\leqslant 2$
$f(x)=\frac{1}{x^2}$	$F(x)=-\frac{1}{x}+C, C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}+C, C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=ln(x)+C, C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+C, C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^{ax+b}, a\in\mathbb{R}^+$ et $b\in\mathbb{R}$	$F(x)=\frac{1}{a}e^{ax+b}+C, C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Ex 7

1) $F(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 6x^2 - 5x$

2) $f(x) = 2x^{-3} - 5x^{-2}$

$F(x) = 2\frac{x^{-2}}{-2} - 5\frac{x^{-1}}{-1} = -x^{-2} + 5x^{-1}$

$= -\frac{1}{x^2} + \frac{5}{x}$

6 AUTOMATISMES

Trouver dans chaque cas l'ensemble des primitives de la fonction proposée sur l'intervalle donné.

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=5$.
2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=3x+1$.
3. h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=2e^x$.
4. k définie sur $]0;+\infty[$ par $k(x)=\frac{1}{x}$.

7

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x)=4x^3-2x^2+12x-5.$$
Déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.
2. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :
$$f(x)=\frac{2}{x^3}-\frac{5}{x^2}.$$
Déterminer une primitive F de f sur $]0;+\infty[$.
3. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :
$$f(x)=x^4+x^2-\frac{1}{x^5}+\frac{1}{x^2}.$$
Déterminer une primitive F de f sur $]0;+\infty[$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x)=k,\ k\in\mathbb{R}$	$F(x)=kx+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n,\ n\in\mathbb{Z}\setminus\{-1\}$	$F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n\in\mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n\leqslant 2$
$f(x)=\frac{1}{x^2}$	$F(x)=-\frac{1}{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=ln(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^{ax+b},\ a\in\mathbb{R}^+$ et $b\in\mathbb{R}$	$F(x)=\frac{1}{a}e^{ax+b}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

3) $f(x)=x^4+x^2-x^{-5}+x^{-2}$

$$F(x)=\frac{x^5}{5}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^{-4}}{-4}+\frac{x^{-1}}{-1}$$

$$=\frac{x^5}{5}+\frac{x^3}{3}+\frac{1}{4x^4}-\frac{1}{x}$$

8 **Calculer**
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=6x^2-3x+1$.
1. Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=2x^3-\frac{3}{2}x^2+x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire toutes les primitives de f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer l'unique primitive H de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie la relation $H(1)=0$.

9 On considère l'équation différentielle (E) $y'=\ln x$.
1. Vérifier que la fonction F définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=x\ln x-x$ est une solution de l'équation différentielle (E).
2. En déduire toutes les primitives de $f: x\mapsto \ln(x)$ sur $]0;+\infty[$.
3. Déterminer l'unique primitive G de f sur $]0;+\infty[$ qui vérifie la relation $G(1)=2$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x)=k,\ k\in\mathbb{R}$	$F(x)=kx+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n,\ n\in\mathbb{Z}\backslash\{-1\}$	$F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n\in\mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n\leqslant 2$
$f(x)=\frac{1}{x^2}$	$F(x)=-\frac{1}{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=ln(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^{ax+b},\ a\in\mathbb{R}^+$ et $b\in\mathbb{R}$	$F(x)=\frac{1}{a}e^{ax+b}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Ex 8

1) $F'(x)=2\times 3x^2-\frac{3}{2}\times 2x+1$

$=6x^2-3x+1=f(x)$

F est une primitive de f.

2) Les primitives de f sont les fonctions $x\mapsto 2x^3-\frac{3}{2}x^2+x+c$, avec $c\in\mathbb{R}$.

8 Calculer

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=6x^2-3x+1$.

1. Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=2x^3-\frac{3}{2}x^2+x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire toutes les primitives de f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer l'unique primitive H de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie la relation $H(1)=0$.

9 On considère l'équation différentielle (E) $y'=\ln x$.

1. Vérifier que la fonction F définie sur $]0\,;+\infty[$ par $F(x)=x\ln x-x$ est une solution de l'équation différentielle (E).
2. En déduire toutes les primitives de $f: x \mapsto \ln(x)$ sur $]0\,;+\infty[$.
3. Déterminer l'unique primitive G de f sur $]0\,;+\infty[$ qui vérifie la relation $G(1)=2$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x)=k,\ k\in\mathbb{R}$	$F(x)=kx+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n,\ n\in\mathbb{Z}\setminus\{-1\}$	$F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n\in\mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n\leqslant 2$
$f(x)=\frac{1}{x^2}$	$F(x)=-\frac{1}{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=ln(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^{ax+b},\ a\in\mathbb{R}^+$ et $b\in\mathbb{R}$	$F(x)=\frac{1}{a}e^{ax+b}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

3)

$H(1)=0$

$2\times 1^3-\frac{3}{2}\times 1^2+1+c=0$

$2-\frac{3}{2}+1+c=0$

$\frac{3}{2}+c=0$

$c=-\frac{3}{2}$

Donc $H(x)=2x^3-\frac{3}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$

8 Calculer

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=6x^2-3x+1$.

1. Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=2x^3-\frac{3}{2}x^2+x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire toutes les primitives de f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer l'unique primitive H de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie la relation $H(1)=0$.

9 On considère l'équation différentielle (E) $y'=\ln x$.

1. Vérifier que la fonction F définie sur $]0\,;+\infty[$ par $F(x)=x\ln x-x$ est une solution de l'équation différentielle (E).
2. En déduire toutes les primitives de $f: x\mapsto \ln(x)$ sur $]0\,;+\infty[$.
3. Déterminer l'unique primitive G de f sur $]0\,;+\infty[$ qui vérifie la relation $G(1)=2$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x)=k,\ k\in\mathbb{R}$	$F(x)=kx+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n,\ n\in\mathbb{Z}\backslash\{-1\}$	$F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n\in\mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n\leqslant 2$
$f(x)=\frac{1}{x^2}$	$F(x)=-\frac{1}{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=ln(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^{ax+b},\ a\in\mathbb{R}^+$ et $b\in\mathbb{R}$	$F(x)=\frac{1}{a}e^{ax+b}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Ex 9

1) $F'(x) = 1\times\ln(x) + x\times\frac{1}{x} - 1 = \ln(x)+1-1$

$= \ln(x)$

F est une solution de (E).

2) Les primitives de f sont les fonctions

$x \mapsto x\ln(x) - x + C$, avec $C\in\mathbb{R}$.

8 Calculer

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=6x^2-3x+1$.

1. Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=2x^3-\frac{3}{2}x^2+x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire toutes les primitives de f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer l'unique primitive H de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie la relation $H(1)=0$.

9 On considère l'équation différentielle (E) $y'=\ln x$.

1. Vérifier que la fonction F définie sur $]0\,;+\infty[$ par $F(x)=x\ln x-x$ est une solution de l'équation différentielle (E).
2. En déduire toutes les primitives de $f : x \mapsto \ln(x)$ sur $]0\,;+\infty[$.
3. Déterminer l'unique primitive G de f sur $]0\,;+\infty[$ qui vérifie la relation $G(1)=2$.

Propriété 2 — Primitives de fonctions usuelles.

La fonction f	de primitives F	sur l'intervalle
$f(x)=k,\ k\in\mathbb{R}$	$F(x)=kx+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n,\ n\in\mathbb{Z}\backslash\{-1\}$	$F(x)=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ si $n\in\mathbb{N}$, $\mathbb{R}^*$ si $n\leqslant 2$
$f(x)=\dfrac{1}{x^2}$	$F(x)=-\dfrac{1}{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$F(x)=ln(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^{ax+b},\ a\in\mathbb{R}^+$ et $b\in\mathbb{R}$	$F(x)=\dfrac{1}{a}e^{ax+b}+C,\ C\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

3)

$G(1)=2$

$1\times\ln(1)-1+c=2$

$-1+c=2$

$c=3$

$G(x)=x\ln(x)-x+3$