23 Dans chacun des cas, déterminer la solution de l'équation différentielle satisfaisant la condition initiale proposée.

1. $y' = 3y$ et $y(0) = 1$.
2. $y' = -2y$ et $y(0) = -1$.
3. $y' = \frac{4}{7}y$ et $y(0) = \frac{1}{3}$.

Théorème 2 Soit $a \in \mathbb{R}$, les fonctions solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont les fonctions $f : x \mapsto Ce^{ax}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 3 Soit $a \in \mathbb{R}$, l'unique fonction f définie sur $\mathbb{R}$ solution de l'équation différentielle $y' = ay$ vérifiant $f(x_0) = k$ pour $x_0 \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{R}$ données est définie par :
$f(x) = ke^{a(x-x_0)}$

Ex 23
24
2 ~~5~~
28
p. 136

1) l'unique solution de l'éq diff
est $f(x) = e^{3x}$

2) $f(x) = -e^{-2x}$

3) $f(x) = \frac{1}{3} e^{\frac{4}{7}x}$

24 Dans chacun des cas, déterminer la solution de l'équation différentielle satisfaisant la condition initiale proposée.

1. $y' - 5y = 0$ et $y(2) = 4$.
2. $3y' + 2y = 0$ et $y(1) = -2$.
3. $4y' - 7y = 0$ et $y(10) = \frac{3}{4}$.

Théorème 2 Soit $a \in \mathbb{R}$, les fonctions solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont les fonctions $f : x \mapsto Ce^{ax}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 3 Soit $a \in \mathbb{R}$, l'unique fonction f définie sur $\mathbb{R}$ solution de l'équation différentielle $y' = ay$ vérifiant $f(x_0) = k$ pour $x_0 \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{R}$ données est définie par :

$$f(x) = ke^{a(x-x_0)}$$

1) $y' - 5y = 0 \iff y' = 5y$ avec $y(2) = 4$

L'unique solution de l'éq° diff est la fonction $f(x) = 4e^{5(x-2)} = 4e^{5x-10}$

2) $3y' + 2y = 0 \iff 3y' = -2y \iff y' = -\frac{2}{3}y$

avec $y(1) = -2$

$f(x) = -2e^{-\frac{2}{3}(x-1)} = -2e^{-\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}}$

3) $4y' - 7y \iff 4y' = 7y \iff y' = \frac{7}{4}y$

avec $y(10) = \frac{3}{4}$

$f(x) = \frac{3}{4}e^{\frac{7}{4}(x-10)} = \frac{3}{4}e^{\frac{7}{4}x - \frac{35}{2}}$

25 Dans chacun des cas, résoudre l'équation différentielle.

1. $y' = -4y + 3$
2. $y' = 2y + 1$
3. $y' = \frac{1}{3}y - 1$

Théorème 4 Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$. Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions f de la forme $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 5 Soient x_0 et k des réels données. Il existe une fonction f qui est l'unique solution de l'équation différentielle $y' = ay + b$ vérifiant la condition que $f(x_0) = k$.

1) Les solutions de l'éq° diff sont les fonctions $f(x) = Ce^{-4x} + \frac{3}{4}$, $C \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) = Ce^{2x} - \frac{1}{2}$

3) $f(x) = Ce^{-\frac{1}{3}x} - \frac{-1}{\frac{1}{3}} = Ce^{\cdot\frac{1}{3}x} + 3$