27 Dans chacun des cas, déterminer la solution de l'équation différentielle satisfaisant la condition initiale proposée.

1. $y' - 2y - 1 = 0$ et $y(0) = 1$.
2. $3y' + 2y = 4$ et $y(1) = 1$.
3. $3y' - 5y = 7$ et $y(5) = 2$.

Théorème 4 Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$. Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions f de la forme $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 5 Soient x_0 et k des réels données. Il existe une fonction f qui est l'unique solution de l'équation différentielle $y' = ay + b$ vérifiant la condition que $f(x_0) = k$.

1) $y' = 2y + 1$

$f(x) = C e^{2x} - \frac{1}{2}$, $C \in \mathbb{R}$

$f(0) = 1$

$C e^{2\times 1} - \frac{1}{2} = 1$

$C e^{2} = \frac{3}{2}$

$C = \frac{3}{2} e^{-2}$

$f(x) = \frac{3}{2} e^{-2} e^{2x} - \frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{3}{2} e^{2x-2} - \frac{1}{2}$

27 Dans chacun des cas, déterminer la solution de l'équation différentielle satisfaisant la condition initiale proposée.

1. $y'-2y-1=0$ et $y(0)=1$.
2. $3y'+2y=4$ et $y(1)=1$.
3. $3y'-5y=7$ et $y(5)=2$.

Théorème 4 Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$. Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions f de la forme $f(x)=Ce^{ax}-\frac{b}{a}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 5 Soient x_0 et k des réels données. Il existe une fonction f qui est l'unique solution de l'équation différentielle $y'=ay+b$ vérifiant la condition que $f(x_0)=k$.

2) $3y' = -2y+4$

$y' = -\frac{2}{3}y+\frac{4}{3}$

$f(x) = Ce^{-\frac{2}{3}x} - \frac{\frac{4}{3}}{-\frac{2}{3}} = Ce^{-\frac{2}{3}x} + \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = Ce^{-\frac{2}{3}x}+2$

$f(1)=1$

$Ce^{-\frac{2}{3}\times 1}+2=1$

$Ce^{-\frac{2}{3}} = -1$

$C = -e^{\frac{2}{3}}$

$f(x) = -e^{\frac{2}{3}}e^{-\frac{2}{3}x}+2$

$= -e^{-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}}+2$

27 Dans chacun des cas, déterminer la solution de l'équation différentielle satisfaisant la condition initiale proposée.

1. $y' - 2y - 1 = 0$ et $y(0) = 1$.
2. $3y' + 2y = 4$ et $y(1) = 1$.
3. $3y' - 5y = 7$ et $y(5) = 2$.

Théorème 4 Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$. Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions f de la forme $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 5 Soient x_0 et k des réels données. Il existe une fonction f qui est l'unique solution de l'équation différentielle $y' = ay + b$ vérifiant la condition que $f(x_0) = k$.

3) $3y' = 5y + 7$

$$y' = \frac{5}{3}y + \frac{7}{3}$$

$$f(x) = C e^{\frac{5}{3}x} - \frac{\frac{7}{3}}{\frac{5}{3}} = C e^{\frac{5}{3}x} + \frac{7}{5}$$

$f(5) = 2$

$$C e^{\frac{5}{3}\times 5} - \frac{7}{5} = 2$$

$$C e^{\frac{25}{3}} = \frac{17}{5}$$

$$C = \frac{17}{5} e^{-\frac{25}{3}}$$

$$f(x) = \frac{17}{5} e^{-\frac{25}{3}} e^{\frac{5}{3}x} + \frac{7}{5}$$

$$= \frac{17}{5} e^{\frac{5}{3}x - \frac{25}{5}} + \frac{7}{5}$$

28 On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' - 2y = 4.$$

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) satisfaisant la condition initiale $y(0) = 2$.
3. Étudier les variations de la fonction f sur son ensemble de définition.
4. Tracer dans un repère orthogonal la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-4 ; 4]$.

Théorème 4 Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$. Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions f de la forme $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 5 Soient x_0 et k des réels données. Il existe une fonction f qui est l'unique solution de l'équation différentielle $y' = ay + b$ vérifiant la condition que $f(x_0) = k$.

1) $y' = 2y + 4$

Les solutions de (E) sont les fonctions

$f(x) = C e^{2x} - \frac{4}{2} = Ce^{2x} - 2$, avec $C \in \mathbb{R}$.

2)

$f(0) = 2$

$Ce^{2\times 0} - 2 = 2$

$C \times 1 = 4$

$C = 4$

Donc la solution de (E) est la fonction

$f(x) = 4e^{2x} - 2$

28 On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' - 2y = 4.$$

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) satisfaisant la condition initiale $y(0) = 2$.
3. Étudier les variations de la fonction f sur son ensemble de définition.
4. Tracer dans un repère orthogonal la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-4\,;4]$.

Théorème 4 Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$. Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions f de la forme $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 5 Soient x_0 et k des réels données. Il existe une fonction f qui est l'unique solution de l'équation différentielle $y' = ay + b$ vérifiant la condition que $f(x_0) = k$.

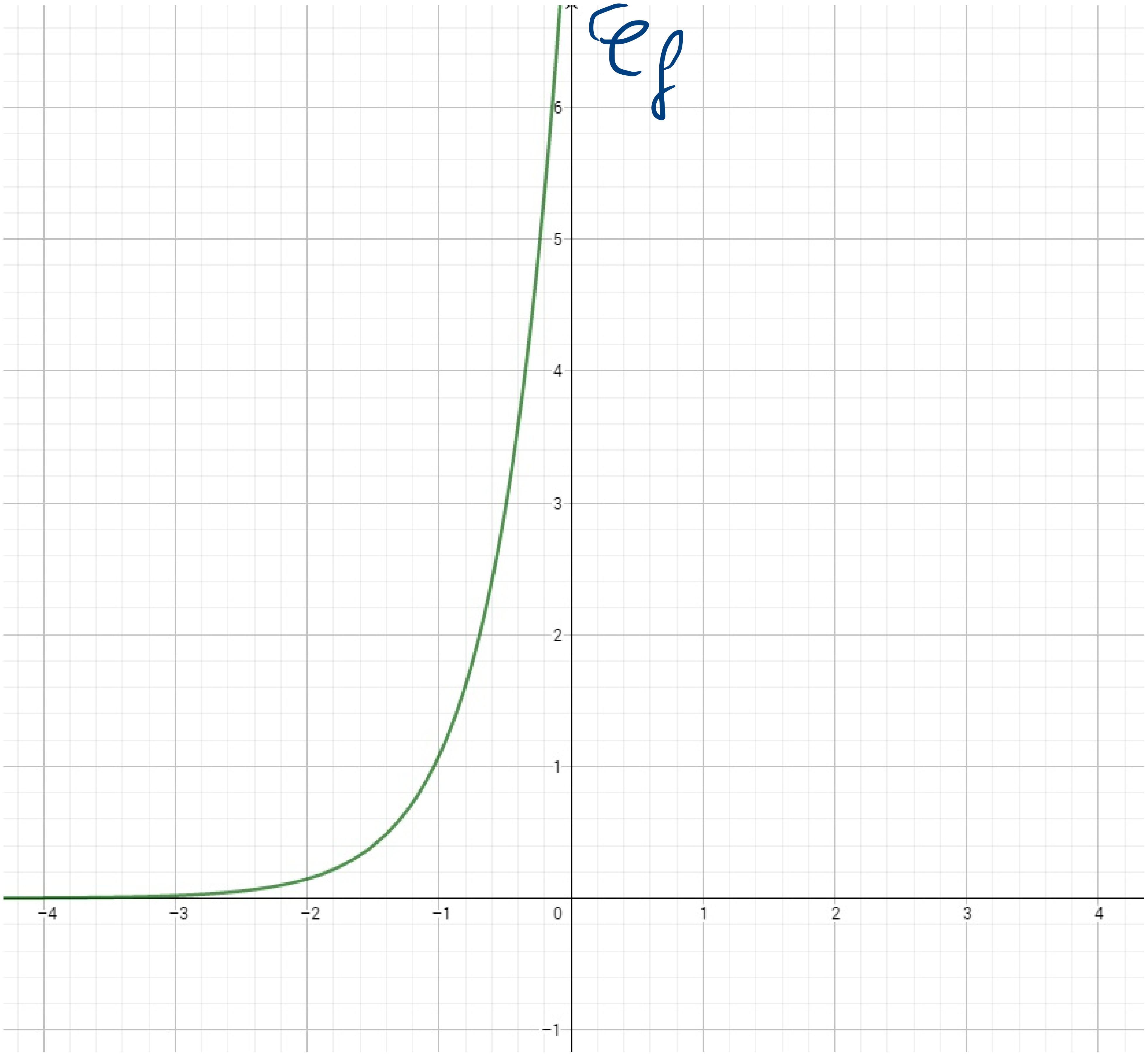
3)

$f(x) = 4e^{2x} - 2$

$f'(x) = 4 \times 2e^{2x} = 8e^{2x}$

$f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Donc f est st $\nearrow$ sur $\mathbb{R}$.

4)



44 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x+2)e^x.$$

1. Montrer que f est solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = y + e^x$.
2. En observant que $y = y' - e^x$, en déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

Théorème 4 Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$. Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions f de la forme $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $C \in \mathbb{R}$ une constante.

Théorème 5 Soient x_0 et k des réels données. Il existe une fonction f qui est l'unique solution de l'équation différentielle $y' = ay + b$ vérifiant la condition que $f(x_0) = k$.

1)
$$f'(x) = 1 \times e^x + (x+2)e^x$$
$$= (x+2)e^x + e^x$$
$$= f(x) + e^x$$

Donc f est solution de l'éq° diff.

2) Comme $y = y' - e^x$, on a

$$f(x) = f'(x) - e^x$$

On pose F une primitive de f. Donc

$$F(x) = f(x) - e^x$$
$$= (x+2)e^x - e^x$$

44 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x+2)e^x.$$

1. Montrer que f est solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = y + e^x$.

2. En observant que $y = y' - e^x$, en déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

$$F(x) = f(x) - e^x$$
$$= (x+2)e^x - e^x$$
$$= e^x((x+2) - 1)$$
$$= e^x(x+1)$$