Composition N^{o}1

Remarque : Faire le sujet de spécialité sur une autre copie, en indiquant le nom du professeur de spécialité sur la copie.

Merci, bonne épreuve à tous.

Exercice 1 (......../5 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre propositions est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer la réponse choisie.

1. Dans une ville de la région, sur une population de 4 200 habitants, 36 % ont pris connaissance de la publicité lors de la première semaine de la campagne. Le nombre d'habitants de cette ville ayant pris connaissance de la publicité lors de la première semaine de la campagne est:

A. 2 688	**B.** 1 512
C. 1 167	**D.** 4 164

2. Le premier jour de la campagne publicitaire, 150 habitants de la région ont pris connaissance de la publicité. Chaque jour, le nombre d'habitants de la région ayant pris connaissance de la publicité est multiplié par 2.

   On souhaite écrire un algorithme qui détermine le nombre de jours au bout desquels au moins 30 000 habitants de la région auront pris connaissance de la publicité.

   Parmi ces algorithmes, quel est celui dont le contenu de la variable N, après exécution de l'algorithme, répond au problème ?

A.	**B.**

$A \leftarrow 150$
$N \leftarrow 1$
Tant que $A < 30\,000$
    $A \leftarrow 2A$
Fin Tant que
$N \leftarrow N+1$
	$A \leftarrow 150$
	$N \leftarrow 1$
	Tant que $A < 30\,000$
	    $A \leftarrow 2A$
	    $N \leftarrow N+1$
	Fin Tant que

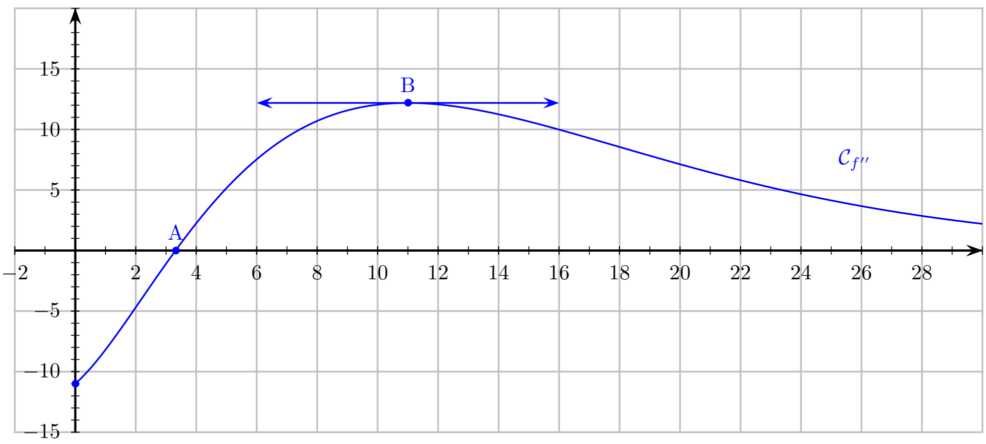
C.	**D.**

$A \leftarrow 150$
$N \leftarrow 1$
Tant que $A < 30\,000$
    $A \leftarrow 2A$
Fin Tant que
	$A \leftarrow 150$
	$N \leftarrow 1$
	Tant que $A > 30\,000$
	    $A \leftarrow 2A$
	    $N \leftarrow N+1$
	Fin Tant que

3. On considère une fonction f définie sur $[0;30]$, dont la courbe représentative de sa dérivée seconde $\mathcal{C}_{f''}$ est donnée ci-contre.

   Le point d'intersection entre la courbe $\mathcal{C}_{f''}$ et l'axe des abscisses est le point A ayant comme coordonnées $A(3,32;0)$.

   La courbe $\mathcal{C}_{f''}$ admet une tangente horizontale au point B d'abscisse 11.



   On note $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f.

   Alors :

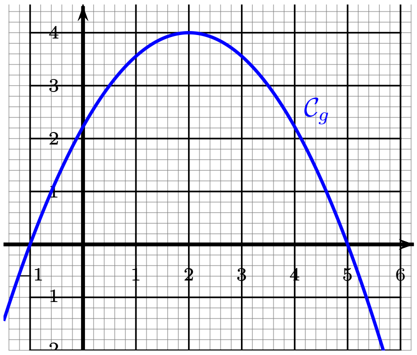
   A. $\mathcal{C}_f$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse 11.

B. f est concave sur $[0;30]$.
C. $\mathcal{C}_f$ n'admet pas point d'inflexion sur $[0;30]$.
D. $\mathcal{C}_f$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse 3,32.

4\. On considère une fonction g définie sur $\mathbb{R}$, dont la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ est donnée ci-contre.
La fonction G admet la propriété suivante pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$G'(x) = g(x)$$

On en déduit que la fonction G est:
A. convexe sur l'intervalle $[-1\ ;\ 5]$.
B. concave sur l'intervalle $[-1\ ;\ 5]$.
C. croissante sur l'intervalle $[2\ ;\ 5]$.
D. décroissante sur l'intervalle $[2\ ;\ 5]$



5\. Soit h la fonction définie sur $[0;7]$ par $h(x) = x^3 - 9x^2 + 23x - 15$.
A. h est concave sur $\left]1,85\ ;\ 4,15\right[$.
B. h est convexe sur $\left]1,85\ ;\ 4,15\right[$.
C. h est concave sur $\left]3\ ;\ 7\right]$.
D. h est convexe sur $\left]3\ ;\ 7\right]$.

Solution :

1. **Réponse B**.
   36 % de 4 200 est $4\,200 \times 0,36 = 1\,512$.
2. **Réponse B**.
   - Algorithme A : N n'est pas itéré dans la boucle Tant Que mais seulement à la fin de l'algorithme.
   - Algorithme C : il n'y a pas d'itération sur N.
   - Algorithme D : la condition sur A est fausse, il faut effectuer la boucle Tant Que , tant que $A < 30\,000$. Si on fait tourner cet algorithme, il n'exécutera pas les instructions contenues dans la boucle.
3. **Réponse D**
   $\mathcal{C}_f$ admet un point d'inflexion en 3,32 car $f''(3,32) = 0$ et change de signes.
4. **Réponse C**.
   La fonction $g(x) = G'(x)$ est positive sur $[2\ ;\ 5]$, donc la fonction G est croissante sur $[2\ ;\ 5]$.
5. **Réponse D**
   La fonction h est continue et est deux fois dérivables sur $[0;7]$. $f'(x) = 3x^2 - 18x + 23$ et $f''(x) = 6x - 18$.
   f est convexe si et seulement si $f''(x) > 0$.

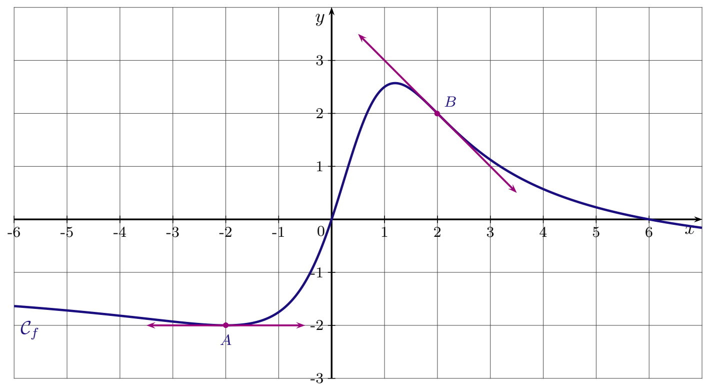
$$\begin{aligned} f''(x) &> 0 \\ 6x - 18 &> 18 \\ 6x &> 18 \\ x &> \frac{18}{6} \\ x &> 3 \end{aligned}$$

   f est convexe pour tout $x > 3$, c'est-à-dire sur l'intervalle $]-3;7]$.

Exercice 2 (......../8 points)

Partie A

On a tracé ci-dessous, la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[-6;6]$ ainsi que les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points A et B d'abscisses respectives -2 et 2. On admet de plus, que le point B est un point d'inflexion à la courbe $\mathcal{C}_f$.



On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Par lecture graphique donner les valeurs de $f'(-2)$ et $f'(2)$.
2. La proposition $f'(0) \leqslant f'(4)$ est-elle vraie ? Justifier votre réponse.
3. La proposition $f''(-2) \leqslant f''(2)$ est-elle vraie ? Justifier votre réponse.

Partie B

On définie une fonction $g(x) = 10x^3 + 12x^2 - 72x + 16$ sur $[-6;6]$ et on donne son tableau de variations :

x	-6		-2		$1{,}2$		6
$g(x)$	-1280	$\nearrow$	128	$\searrow$	$-35{,}84$	$\nearrow$	2176

1. Montrer que $g(x) = 0$ admet trois solutions sur $[-6;6]$.
2. Justifier qu'une des solution est un entier et donner, sans justifier, une valeur approchée au centième des deux autres solutions.
3. En déduire le tableau de signes de $g(x)$ sur $[-6;6]$.

Partie C

La fonction f est définie pour tout $x \in [-6;6]$ par $f(x) = \dfrac{6x - x^2}{x^2 - x + 2}$.

1. Montrer que la dérivée f' de la fonction f est définie par $f'(x) = \dfrac{-5x^2 - 4x + 12}{(x^2 - x + 2)^2}$.
2. a) Étudier le signe de $f'(x)$.
   b) Donner le tableau des variations de la fonction f. (Arrondir les valeurs au centième près)
3. On admet que $f''(x) = \dfrac{10x^3 + 12x^2 - 72x + 16}{(x^2 - x + 2)^4} = \dfrac{g(x)}{(x^2 - x + 2)^4}$, sur $[-6;6]$.
   a) En utilisant les résultats de la partie B, étudier la convexité de la fonction f sur $[-6;6]$.
   b) Déterminer les coordonnées des points d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_f$. (on arrondira les valeurs au centième près).

Solution :

Partie A

1. $f'(-2) = 0$; $f'(2) = -1$.
2. $f'(0) > 0$ car la tangente est croissante et $f'(4) < 0$ car la tangente est décroissante. Par conséquent : $f'(0) > f'(4)$. La proposition est fausse.
3. f est convexe en -2, par conséquent $f''(-2) > 0$. f admet un point d'inflexion en 2, par conséquent $f''(2) = 0$. Donc $f''(-2) > f''(2)$. La proposition est fausse.

Partie B

1. - Sur $[-6;-2]$, g est continue et strictement croissante. Ses images varient de -1280 à 128. D'après le propriété du théorème des valeurs intermédiaires, $g(x) = 0$ admet une solution sur $[-6;-2]$.
   - Sur $[-2;-1,2]$, g est continue et strictement décroissante. Ses images varient de 128 à -35,84. D'après le propriété du théorème des valeurs intermédiaires, $g(x) = 0$ admet une solution sur $[-2;1,2]$.
   - Sur $[1,2;6]$, g est continue et strictement croissante. Ses images varient de -35,84 à 2176. D'après le propriété du théorème des valeurs intermédiaires, $g(x) = 0$ admet une solution sur $[1,2;6]$.

   Conclusion : $g(x) = 0$ admet trois solutions sur $[-6;6]$.

2. A la calculatrice, on trouve $x_1 \approx -3,43$; $x_2 \approx 0,23$; $x_3 = 2$. En effet l'une des solutions est bien entière. $g(2) = 10 \times 2^3 + 12 \times 2^2 - 72 \times 2 + 16 = 80 + 48 - 144 + 16 = 128 + 16 - 144 = 144 - 144 = 0$.

3. On en déduit le tableau de signes de la fonction g :

x	-6		$-3{,}43$		-2		$0{,}23$		$1{,}2$		2		6
$g(x)$	-1280	↗	0	↗	128	↘	0	↘	$-35{,}84$	↗	0	↗	2176
$g(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	

Partie C

1. On pose $u(x) = 6x - x^2$, $u'(x) = 6 - 2x$, $v(x) = x^2 - x + 2$, $v'(x) = 2x - 1$.

   $f(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$; par conséquent :

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} \\
&= \frac{(6-2x)(x^2-x+2) - (6x-x^2)(2x-1)}{(x^2-x+2)^2} \\
&= \frac{(6x^2-6x+12-2x^3+2x^2-4x) - (12x^2-6x-2x^3+x^2)}{(x^2-x+2)^2} \\
&= \frac{6x^2-6x+12-2x^3+2x^2-4x-12x^2+6x+2x^3-x^2}{(x^2-x+2)^2} \\
&= \frac{-2x^3+2x^3+6x^2+2x^2-12x^2-x^2-6x+6x-4x+12}{(x^2-x+2)^2} \\
&= \frac{-5x^2-4x+12}{(x^2-x+2)^2}
\end{aligned}$$

2. a) La fonction $x \mapsto (x^2 - x + 2)^2$ est strictement positive sur $[-6;6]$. Par conséquent, le signe de la dérivée $f'(x)$ dépend du numérateur. C'est-à-dire la fonction polynomiale du second degré $x \mapsto -5x^2 - 4x + 12$, avec $a = -5$; $b = -4$; $c = 12$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
&= (-4)^2 - 4 \times (-5) \times 12 \\
&= 16 + 240 \\
&= 256
\end{aligned}$$

   $\Delta > 0$, la fonction polynomiale du second degré $x \mapsto -5x^2 - 4x + 12$ admet deux racines réelles.
   $\sqrt{\Delta} = \sqrt{256} = 16$
   $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4+16}{2 \times (-5)} = \dfrac{20}{-10} = -2$
   $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4-16}{2 \times (-5)} = \dfrac{-12}{-10} = 1,2$
   Comme $a < 0$, on en déduit le tableau de signes suivant :

x	-6		-2		$1{,}2$		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) On en déduit les variations de $f(x)$ sur $[-6; 6]$

x	-6		-2		$1{,}2$		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-1{,}64$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$2{,}57$	$\searrow$	0

3. a) Comme $x \mapsto (x^2 - x + 2)^4$ est strictement positive sur $[-6; 6]$; le signe f'' est le même que celui de son numérateur. C'est-à-dire la fonction g.

D'après la partie B, on connaît le signe g. On en déduit donc le signe de f''.

x	-6		$-3{,}43$		$0{,}23$		2		6
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Par conséquent, on en déduit la convexité de la fonction f sur $[-6; 6]$:

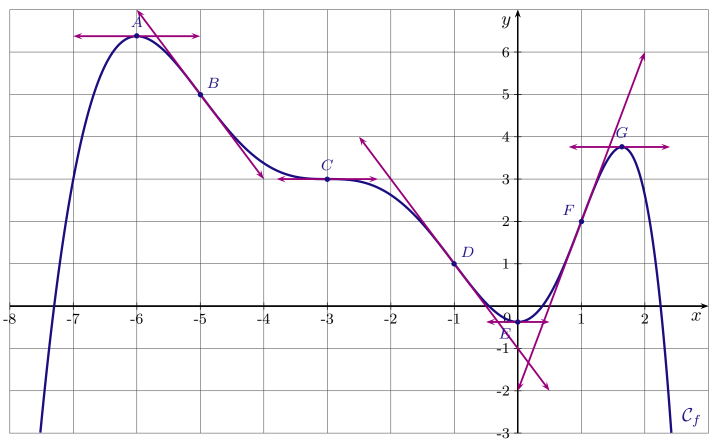
- $f''(x) < 0$ sur $[-6; -3,43[$. Par conséquent f est concave sur $[-6; -3,43[$.
- $f''(x) > 0$ sur $]-3,43; 0,23[$. Par conséquent f est convexe sur $]-3,43; 0,23[$.
- $f''(x) < 0$ sur $]0,23; 2[$. Par conséquent f est concave sur $]0,23; 2[$.
- $f''(x) > 0$ sur $]2; 6[$. Par conséquent f est convexe sur $]2; 6[$.

b) $\mathcal{C}_f$ admet trois points d'inflexions, de coordonnées :

- $(x_1; f(x_1)) = (-3,43; f(-3,43)) = (-3,43; -1; 88)$
- $(x_2; f(x_2)) = (0,23; f(0,23)) = (0,23; -0,73)$
- $(x_3; f(x_3)) = (2; f(2)) = (2; 2)$

Exercice 3 (......../2 points)

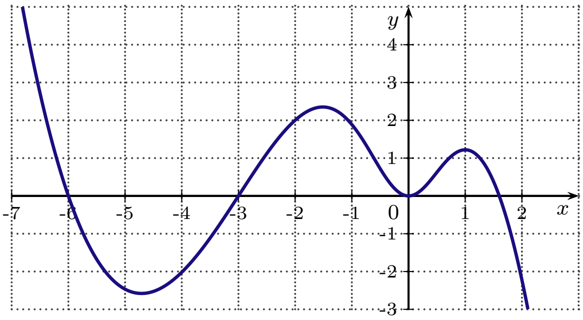
Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $[-8; 3]$.



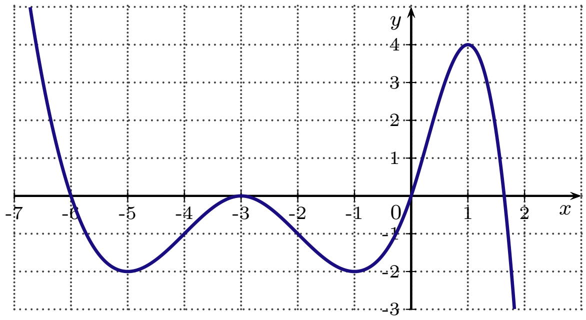
On note f' la dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f.

Une des quatre courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ et $\mathcal{C}_4$ ci-dessous est la courbe représentative de la dérivée f' et une autre la courbe représentative de la dérivée seconde f''.

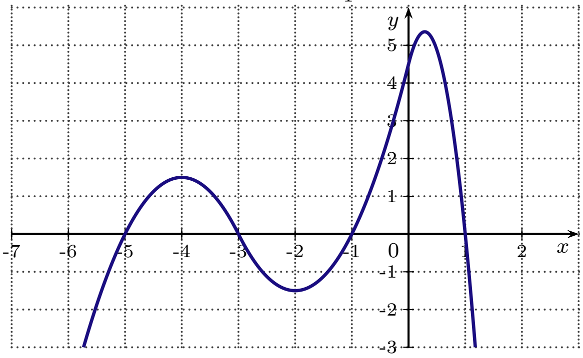
Déterminer la courbe qui représente la dérivée f' et celle qui représente la dérivée seconde f''.



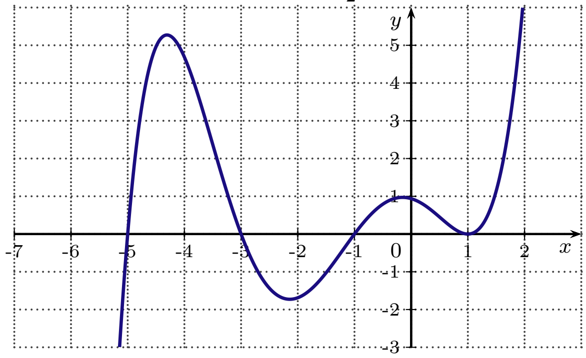
Courbe $\mathcal{C}_1$



Courbe $\mathcal{C}_2$



Courbe $\mathcal{C}_3$



Courbe $\mathcal{C}_4$

Solution :

- On sait que f admet les variations suivantes. On en déduit donc le tableau de signes de f' à partir des variations de f.

x	-8		-6		0		1,7		3
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

  Seule la courbe $\mathcal{C}_2$ est positive sur $[-8;-6] \cup [0;1,5]$ et négative sur $[-6;0] \cup [1,5;3]$

  Donc $\mathcal{C}_2$ est la courbe représentative de f'.

- On sait que f admet 4 points d'inflexions. Au points d'abscisses -5, -3, -1, 1. Cela implique que $f''(-5) = 0$, $f''(-3) = 0$, $f''(-1) = 0$, $f''(1) = 0$.

  C'est la cas des courbes $\mathcal{C}_3$ et $\mathcal{C}_4$.

  Cependant $f(x)$ est concave sur $]1;3]$. Cela implique que $f''(x) < 0$ sur $]1;3]$. Ce n'est pas le cas de la courbe $\mathcal{C}_4$.

  Donc $\mathcal{C}_3$ est la courbe représentative de f''

Exercice 4 (......../5 points)

A traiter pour ceux qui ne suivent <u>PAS L'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ</u>.

Sur un site de vente en ligne, Antoine a commandé une machine à café à capsules.

1. Chaque capsule achetée à l'unité coûte $0,60$ €. Une offre permet d'acquérir 150 capsules au prix de 60 €.
   De quel pourcentage de réduction bénéficie-t-on grâce à l'offre par rapport à un achat à l'unité ?
2. Au 1er janvier 2017, on comptait 60 000 utilisateurs de cette machine à café.
   On estime que chaque mois, 10 % des propriétaires cessent de l'utiliser mais on compte 24 000 nouveaux utilisateurs.
   a) Expliquer pourquoi le nombre d'utilisateurs de cette machine à café n mois après le 1er janvier 2017, peut être modélisé par la suite (u_n) définie par:

$$u_0 = 60\,000 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0,9u_n + 24\,000,$$

b) On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par: $v_n = u_n - 240\,000$. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

3. a) n étant un entier naturel, exprimer v_n en fonction de n.
   b) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 240\,000 - 180\,000 \times 0,9^n$.
4. Au bout de combien de mois le nombre d'utilisateurs de cette machine à café dépassera-t-il pour la première fois 230 000 ?
5. L'entreprise qui fabrique cette machine à café prétend qu'elle touchera un certain mois plus de 250 000 utilisateurs. Que penser de cette affirmation?

Solution :

Sur un site de vente en ligne, Antoine a commandé une machine à café à capsules.

1. Chaque capsule achetée à l'unité coûte $0,60$ €.
   Une offre permet d'acquérir 150 capsules au prix de 60 €, ce qui fait $\dfrac{60}{150} = 0,40$ € à l'unité.
   La réduction est donc de $0,20$ sur $0,60$ soit un tiers donc $33,33\,\%$.
2. Au 1er janvier 2017, on comptait 60 000 utilisateurs de cette machine à café.
   On estime que chaque mois, $10\,\%$ des propriétaires cessent de l'utiliser mais on compte 24 000 nouveaux utilisateurs.
   a) Soit (u_n) la suite modélisant le nombre d'utilisateurs de cette machine à café n mois après le 1er janvier 2017.
   Au 1 janvier 2017, on comptait 60 000 utilisateurs de cette machine à café donc $u_0 = 60\,000$.
   Retirer $10\,\%$ c'est multiplier par $0,9$. On passe du mois n au mois $n+1$ en multipliant par $0,9$ puis en ajoutant 24 000.
   On peut donc dire que pour tout n, $u_{n+1} = 0,9u_n + 24\,000$.
   b) On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par: $v_n = u_n - 240\,000$. On peut donc dire que $u_n = v_n + 240\,000$.
   - $v_{n+1} = u_{n+1} - 240\,000 = 0,9u_n + 24\,000 - 240\,000 = 0,9\,(v_n + 240\,000) - 216\,000$
     $= 0,9v_n + 216\,000 - 216\,000 = 0,9v_n$
   - $v_0 = u_0 - 240\,000 = 60\,000 - 240\,000 = -180\,000$

   Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,9$ et de premier terme $v_0 = -180\,000$.
3. a) On en déduit que, pour tout n, on a $v_n = v_0 \times q^n = -180\,000 \times 0,9^n$.
   b) Pour tout entier naturel n, $u_n = v_n + 240\,000 = 240\,000 - 180\,000 \times 0,9^n$.
4. Pour déterminer au bout de combien de mois le nombre d'utilisateurs de cette machine à café dépassera pour la première fois 230 000, on résout l'inéquation $u_n \geqslant 230\,000$. A la calculatrice, on obtient :
   $u_{27} = 229533$ et $u_{28} = 230579,7$
   Donc le nombre d'utilisateurs dépassera la première fois 230 000 au bout du 28 mois.
5. L'entreprise qui fabrique cette machine à café prétend qu'elle touchera un certain mois plus de 250 000 utilisateurs.
   $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 240\,000 - 180\,000 \times 0,9^n = \lim\limits_{n\to+\infty} 240\,000 - \lim\limits_{n\to+\infty} 180\,000 \times \lim\limits_{n\to+\infty} 0,9^n = 240\,000 - 180\,000 \times 0 = 240\,000$ donc, pour tout n, $u_n \leqslant 240\,000$.
   L'affirmation de l'entreprise est donc fausse.

Exercice 4 (......../5 points)

A traiter pour ceux qui suivent L'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ.

Un constructeur de planches de surf fabrique 3 modèles. La conception de chaque modèle nécessite le passage par 3 postes de travail.

- Le tableau 1 indique le nombre d'heures nécessaires par modèle et par poste pour réaliser les planches ;
- Le tableau 2 indique le coût horaire par poste de travail.

Tableau 1	Poste 1	Poste 2	Poste 3
Modèle 1	8h	10h	14h
Modèle 2	6h	6h	10h
Modèle 3	12h	10h	18h

Tableau 2	
Poste 1	25€ /h
Poste 2	20€ /h
Poste 3	15€ /h

1. Soit H et C les deux matrices suivantes : $H = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 \\ 6 & 6 & 10 \\ 12 & 10 & 18 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix}$.
   a) Donner la matrice produit $P = H \times C$. Détailler le calcul du coefficient $a_{3,1}$ de la matrice P.
   b) Que représentent les coefficients de la matrice $P = H \times C$?
2. Après une étude de marché, le fabricant souhaite que les prix de revient par modèle soient les suivants :
   Modèle 1 : 500 € ; Modèle 2 : 350 € ; Modèle 3 : 650 €.
   Il cherche à déterminer les nouveaux coûts horaires par poste, notés a, b et c, permettant d'obtenir ces prix de revient.
   a) Justifier que la contrainte sur le modèle 1 est donnée par : $8a + 10b + 14c = 500$.
   Établir les 2 autres équations du système dont a, b et c sont solutions.
   b) Déterminer les réels a, b et c par un calcul matriciel.

Solution :

1. a) $H \times C = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 \\ 6 & 6 & 10 \\ 12 & 10 & 18 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 610 \\ 420 \\ 770 \end{pmatrix}$

   $a_{3,1} = 12 \times 25 + 10 \times 20 + 18 \times 15 = 770$

   b) Les coefficients de la matrice P représentent le coûts de fabrication des trois modèles.
   - Le modèle 1 a un coût de fabrication de 610 €.
   - Le modèle 2 a un coût de fabrication de 420 €.
   - Le modèle 3 a un coût de fabrication de 770 €.

2. a) Pour résoudre ce problème, on a l'égalité matriciel suivante :

   $H \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 \\ 6 & 6 & 10 \\ 12 & 10 & 18 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix}$

   On en déduit donc le système d'équations suivant :

   $$\begin{cases} 8a + 10b + 14c & = & 500 \\ 6a + 6b + 10c & = & 350 \\ 12a + 10b + 18c & = & 650 \end{cases}$$

   Par conséquent la contrainte sur le modèle 1 est donnée par l'équation : $8a+10b+14c = 500$, la contrainte sur le modèle 2 par l'équation $6a+6b+10c = 350$, la contrainte sur le modèle 3 par l'équation $12a+10b+18c = 650$.

   b) H est une matrice inversible de matrice inverse $H^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & -2,5 & 1 \\ 0,75 & -1,5 & 0,25 \\ -0,75 & 2,5 & -0,75 \end{pmatrix}$

   On sait que $H^{-1} \times \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

   D'après la calculatrice $H^{-1} \times \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 & -2,5 & 1 \\ 0,75 & -1,5 & 0,25 \\ -0,75 & 2,5 & -0,75 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 12,5 \\ 12,5 \end{pmatrix}$

   Donc $a = 25$, $b = 12,5$, $c = 12,5$.